

TĐP 05: TỨ GIÁC

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang vuông ABCD vuông tại A và D có đáy lớn là CD, đường thẳng AD có phương trình $d_1: 3x - y = 0$, đường thẳng BD có phương trình $d_2: x - 2y = 0$, góc tạo bởi hai đường thẳng BC và AB bằng 45° . Viết phương trình đường thẳng BC biết diện tích hình thang bằng 24 và điểm B có hoành độ dương.

• $D = d_1 \cap d_2 \Rightarrow D(0;0) \equiv O$. VTPT của đường thẳng AD và BD lần lượt là $\vec{n}_1 = (3; -1)$, $\vec{n}_2 = (1; -2)$. Ta có: $\cos ADB = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ADB = 45^\circ \Rightarrow AD = AB$.

Vì $(BC, AB) = 45^\circ$ nên $BCD = 45^\circ \Rightarrow \triangle BCD$ vuông cân tại B $\Rightarrow DC = 2AB$.

$$S_{ABCD} = 24 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(AB + CD)AD = \frac{3 \cdot AB^2}{2} = 24 \Rightarrow AB = 4 \Rightarrow BD = 4\sqrt{2}.$$

$$\text{Gọi } B\left(x_B; \frac{x_B}{2}\right) \in d_2, x_B > 0. |\overline{BD}| = \sqrt{x_B^2 + \left(\frac{x_B}{2}\right)^2} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow x_B = \frac{8\sqrt{10}}{5} \Rightarrow B\left(\frac{8\sqrt{10}}{5}; \frac{4\sqrt{10}}{5}\right)$$

Đường thẳng BC đi qua B và vuông góc với $d_2 \Rightarrow$ Phương trình BC là: $2x + y - 4\sqrt{10} = 0$.

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$, $AB < CD$). Biết $A(0; 2)$, $D(-2; -2)$ và giao điểm I của AC và BD nằm trên đường thẳng có phương trình $d: x + y - 4 = 0$. Tìm tọa độ của các đỉnh còn lại của hình thang khi góc $AOD = 45^\circ$.

• $I \in d \Rightarrow I(x; 4 - x)$. $AD = 2\sqrt{5}$; $IA = \sqrt{2x^2 - 4x + 4}$; $ID = \sqrt{2x^2 - 8x + 40}$

$$\text{Trong } \triangle AID \text{ có: } \frac{IA^2 + ID^2 - AD^2}{2IA \cdot ID} = \cos AID \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } x = 2 \Rightarrow IA = 2, ID = 4\sqrt{2} \Rightarrow \overline{ID} = -\frac{ID}{IB} \cdot \overline{IB}$$

$$\Rightarrow B(2 + \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2}), C(2 + 4\sqrt{2}; 2 + 4\sqrt{2})$$

$$+ \text{ Với } x = 4 \Rightarrow B(4 + 3\sqrt{2}; 2 + \sqrt{2}), C(4 + 4\sqrt{2}; -2\sqrt{2}).$$

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$ và 2 điểm $A(0; -4)$, $B(4; 0)$. Tìm tọa độ 2 điểm C và D sao cho đường tròn (C) nội tiếp trong hình thang ABCD có đáy là AB và CD.

• (C): $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$ có tâm $I(1; -1)$ và $R = \sqrt{2}$.

PT cạnh AB: $x - y - 4 = 0$. PT cạnh CD có dạng: $x - y + c = 0$; $c \neq -4$

$$CD \text{ tiếp xúc với } (C) \Rightarrow d(I, CD) = R \Leftrightarrow \frac{|1 + 1 + c|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow c = 0 \Rightarrow \text{PT cạnh CD: } x - y = 0$$

Nhận thấy các đường thẳng $x = 0$, $x = 4$ không phải là tiếp tuyến của (C).

Giả sử phương trình cạnh AD có dạng: $kx - y - 4 = 0$ ($k \neq 1$).

$$\text{Ta có: } d(I, AD) = R \Leftrightarrow |k - 3| = \sqrt{2(k^2 + 1)} \Leftrightarrow k^2 + 6k - 7 = 0 \Leftrightarrow k = -7$$

$$\Rightarrow \text{PT cạnh AD: } 7x + y + 4 = 0 \Rightarrow D\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right). \text{ PT cạnh BC: } x + 7y - 4 = 0 \Rightarrow C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có diện tích bằng 4. Biết

$A(1; 0)$, $B(0; 2)$ và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D .

• Ta có: $\overline{AB} = (-1; 2) \Rightarrow AB = \sqrt{5}$. Phương trình AB : $2x + y - 2 = 0$.

$I \in (d): y = x \Rightarrow I(t; t)$. I là trung điểm của AC và BD nên: $C(2t - 1; 2t)$, $D(2t; 2t - 2)$

Mặt khác: $S_{ABCD} = AB \cdot CH = 4$ (CH : chiều cao) $\Rightarrow CH = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Ngoài ra: $d(C; AB) = CH \Leftrightarrow \frac{|6t - 4|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{3} \Rightarrow C\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right), D\left(\frac{8}{3}; \frac{2}{3}\right) \\ t = 0 \Rightarrow C(-1; 0), D(0; -2) \end{cases}$

Vậy $C\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right), D\left(\frac{8}{3}; \frac{2}{3}\right)$ hoặc $C(-1; 0), D(0; -2)$.

Câu hỏi tương tự:

a) Với $S_{ABCD} = 4$, $A(2; 0)$, $B(3; 0)$, $I = AC \cap BD$, $I \in d: y = x$.

ĐS: $C(3; 4); D(2; 4)$ hoặc $C(-5; -4); D(-6; -4)$.

b) Với $S_{ABCD} = 4$, $A(0; 0)$, $B(-1; 2)$, $I = AC \cap BD$, $I \in d: y = x - 1$.

ĐS: $C(2; 0), D(3; -2)$ hoặc $C\left(\frac{-2}{3}; \frac{-8}{3}\right), D\left(\frac{1}{3}; \frac{-14}{3}\right)$

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có hai đỉnh $A(0; 1)$, $B(3; 4)$ nằm trên parabol (P): $y = x^2 - 2x + 1$, tâm I nằm trên cung AB của (P). Tìm tọa độ hai đỉnh C , D sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất.

• I nằm trên cung AB của (P) nên $I(a; a^2 - 2a + 1)$ với $0 < a < 3$.

Do AB không đổi nên diện tích ΔIAB lớn nhất khi $d(I, AB)$ lớn nhất

Phương trình AB: $x - y + 1 = 0$.

$d(I, AB) = \frac{|a - a^2 + 2a - 1 + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{|-a^2 + 3a|}{\sqrt{2}} = \frac{-a^2 + 3a}{\sqrt{2}}$ (do $a \in (0; 3)$)

$\Rightarrow d(I, AB)$ đạt GTLN $\Leftrightarrow f(a) = -a^2 + 3a$ đạt GTLN $\Leftrightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$

Do I là trung điểm của AC và BD nên ta có $C\left(3; -\frac{1}{2}\right); D\left(0; -\frac{7}{2}\right)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có tâm $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. Đường thẳng chứa cạnh AB có phương trình $x - 2y + 2 = 0$, $AB = 2AD$. Tìm tọa độ các đỉnh A , B , C , D , biết đỉnh A có hoành độ âm.

• $A(-2; 0)$, $B(2; 2)$, $C(3; 0)$, $D(-1; -2)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD. Biết $AB = 2BC$, đường thẳng AB đi qua điểm $M\left(-\frac{4}{3}; 1\right)$, đường thẳng BC đi qua điểm $N(0; 3)$, đường thẳng AD đi qua điểm $P\left(4; -\frac{1}{3}\right)$, đường thẳng CD đi qua điểm $Q(6; 2)$. Viết phương trình các cạnh của hình vuông ABCD.

• Dễ thấy đường thẳng AB không song song với trục $Oy \Rightarrow PT AB$ có dạng: $y = k\left(x + \frac{4}{3}\right) + 1$.

\Rightarrow Phương trình DC : $y = k(x - 6) + 2$, BC : $x + ky - 3k = 0$, AD : $x + ky - 4 + \frac{k}{3} = 0$.

$$Vì AB = 2BC \text{ nên } d(P, BC) = 2d(M, DC) \Leftrightarrow \frac{\left|4 - \frac{k}{3} - 3k\right|}{\sqrt{1+k^2}} = \frac{\left|-\frac{4}{3}k - 1 - 6k + 2\right|}{\sqrt{1+k^2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10k - 12 = 6 - 44k \\ 10k - 12 = 44k - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ k = -\frac{3}{17} \end{cases}$$

+ Với $k = \frac{1}{3}$ thì $AB: y = \frac{1}{3}x + \frac{13}{9}$, $DC: y = \frac{1}{3}x$, $BC: x - \frac{1}{3}y - 1 = 0$, $AD: x + \frac{1}{3}y - \frac{35}{9} = 0$.

+ Với $k = -\frac{3}{17}$ thì $AB: y = -\frac{3}{17}x + \frac{13}{17}$, $DC: y = -\frac{3}{17}x + \frac{52}{17}$,

$$BC: x - \frac{3}{17}y + \frac{9}{17} = 0, AD: x - \frac{3}{17}y - \frac{71}{17} = 0.$$

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có các cạnh AB , BC , CD , DA lần lượt đi qua các điểm $M(4;5)$, $N(6;5)$, $P(5;2)$, $Q(2;1)$ và diện tích bằng 16. Viết phương trình các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$.

• PT cạnh AB có dạng: $a(x - 4) + b(y - 5) = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

$\Rightarrow PT$ cạnh BC : $b(x - 6) - a(y - 5) = 0$.

$$\text{Diện tích hình chữ nhật: } S = d(P, AB) \cdot d(Q, BC) = \frac{|a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \frac{|-4b + 4a|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 16$$

$$\Leftrightarrow |(a - 3b)(a - b)| = 4(a^2 + b^2) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1, b = 1 \\ a = -\frac{1}{3}, b = 1 \end{cases}$$

Vậy: $AB: -x + y - 1 = 0$ hoặc $AB: -x + 3y - 11 = 0$. Từ đó suy ra PT các cạnh còn lại.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình cạnh AB : $x - 2y - 1 = 0$, đường chéo BD : $x - 7y + 14 = 0$ và đường chéo AC đi qua điểm $M(2; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

• $B = BD \cap AB \Rightarrow B(7; 3)$. PT đường thẳng BC : $2x + y - 17 = 0$.

$A \in AB \Rightarrow A(2a + 1; a)$, $C \in BC \Rightarrow C(c; 17 - 2c)$, $a \neq 3, c \neq 7$.

$I\left(\frac{2a + c + 1}{2}; \frac{a - 2c + 17}{2}\right)$ là trung điểm của AC , BD .

$$I \in BD \Leftrightarrow 3c - a - 18 = 0 \Leftrightarrow a = 3c - 18 \Rightarrow A(6c - 35; 3c - 18)$$

$$M, A, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC} \text{ cùng phương} \Rightarrow c^2 - 13c + 42 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 7 \text{ (loại)} \\ c = 6 \end{cases}$$

Với $c = 6 \Rightarrow A(1; 0)$, $C(6; 5)$, $D(0; 2)$, $B(7; 3)$.

Câu hỏi tương tự:

a) $(AB): x - y + 1 = 0$, $(BD): 2x + y - 1 = 0$, $M(-1; 1)$.

$$\text{ĐS: } A\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), B(0; 1), C(1; 0), D\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$$

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, tâm I thuộc đường thẳng $(d): x - y - 3 = 0$ và có hoành độ $x_I = \frac{9}{2}$, trung điểm của một cạnh là giao điểm của (d) và trục Ox. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật, biết $y_A > 0$.

• $I\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Gọi $M = d \cap Ox$ là trung điểm của cạnh AD, suy ra $M(3; 0)$. $AB = 2IM = 3\sqrt{2}$.

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 12 \Leftrightarrow AD = \frac{S_{ABCD}}{AB} = \frac{12}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

$$\begin{cases} AD \perp (d) \\ M \in AD \end{cases}, \text{ suy ra phương trình AD: } x + y - 3 = 0.$$

Lại có $MA = MD = \sqrt{2}$. Vậy tọa độ A, D là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 3 \\ (x-3)^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } A(2; 1), D(4; -1),$$

$$I\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right) \text{ là trung điểm của AC, suy ra: } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2x_I - x_A = 9 - 2 = 7 \\ y_C = 2y_I - y_A = 3 - 1 = 2 \end{cases}$$

Tương tự I cũng là trung điểm BD nên ta có: $B(5; 4)$.

Vậy tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật là $A(2; 1), B(5; 4), C(7; 2), D(4; -1)$.

Câu hỏi tương tự:

a) Giả thiết như trên với tâm $I = d_1 \cap d_2$, $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x + y - 6 = 0$, $M = d_1 \cap Ox$
ĐS: $A(2; 1), B(5; 4), C(7; 2), D(4; -1)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có điểm $I(6; 2)$ là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Điểm $M(1; 5)$ thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $\Delta: x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB.

• $I(6; 2); M(1; 5)$. $\Delta: x + y - 5 = 0, E \in \Delta \Rightarrow E(m; 5 - m)$; Gọi N là trung điểm của AB.

$$I \text{ trung điểm NE} \Rightarrow \begin{cases} x_N = 2x_I - x_E = 12 - m \\ y_N = 2y_I - y_E = 4 - 5 + m = m - 1 \end{cases} \Rightarrow N(12 - m; m - 1)$$

$$\overrightarrow{MN} = (11 - m; m - 6); \quad \overrightarrow{IE} = (m - 6; 3 - m)$$

$$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{IE} = 0 \Leftrightarrow (11 - m)(m - 6) + (m - 6)(3 - m) = 0 \Leftrightarrow m = 6; m = 7$$

$$+ m = 6 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (5; 0) \Rightarrow (AB): y = 5$$

$$+ m = 7 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (4; 1) \Rightarrow (AB): x - 4y + 19 = 0.$$

Câu hỏi tương tự:

a) Với $I(2; 2), M(-3; 1), E \in \Delta: x + 2y - 4 = 0$. ĐS: $x - y + 4 = 0$ hoặc $4x - 7y + 19 = 0$

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có các đường thẳng AB, AD lần lượt đi qua các điểm $M(2; 3), N(-1; 2)$. Hãy lập phương trình các đường thẳng BC và CD, biết rằng hình chữ nhật ABCD có tâm là $I\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và độ dài đường chéo AC bằng $\sqrt{26}$.

• Giả sử đường thẳng AB có VTPT là $\vec{n}_{AB} = (a; b)$ ($a^2 + b^2 \neq 0$), do AD vuông góc với AB nên đường thẳng AD có vtpt là $\vec{n}_{AD} = (b; -a)$. Do đó phương trình AB, AD lần lượt là:

$$AB: a(x-2)+b(y-3)=0; \quad AD: b(x+1)-a(y-2)=0.$$

$$Ta \text{ có } AD = 2d(I; AB) = \frac{|a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}; \quad AB = 2d(I; AD) = \frac{|7b+a|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$Do \text{ đó: } AC^2 = AB^2 + AD^2 \Leftrightarrow 26 = \frac{(a-3b)^2 + (7b+a)^2}{a^2+b^2} \Leftrightarrow 3a^2 - ab - 4b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a = \frac{4b}{3} \end{cases}$$

Gọi M', N' lần lượt là điểm đối xứng của M, N qua I suy ra $M'(3;0) \in (CD), N'(6;1) \in (BC)$

+ Nếu $a = -b$, chọn $a = 1, b = -1$ suy ra $\vec{n}_{AB} = (1; -1), \vec{n}_{AD} = (1; 1)$

PT đường thẳng CD có VTPT là $\vec{n}_{AB} = (1; -1)$ và đi qua điểm $M'(3;0): (CD): x - y - 3 = 0$

PT đường thẳng BC có VTPT là $\vec{n}_{AD} = (1; 1)$ và đi qua điểm $N'(6;1): (BC): x + y - 7 = 0$

+ Nếu $a = \frac{4b}{3}$, chọn $a = 4, b = 3$ suy ra $\vec{n}_{AB} = (4; 3), \vec{n}_{AD} = (3; -4)$

PT đường thẳng CD có VTPT là $\vec{n}_{AB} = (4; 3)$ và đi qua điểm $M'(3;0): (CD): 4x + 3y - 12 = 0$

PT đường thẳng BC có VTPT là $\vec{n}_{AD} = (3; -4)$ và đi qua điểm $N'(6;1): (BC): 3x - 4y - 14 = 0$

Vậy: $(BC): x + y - 7 = 0, (CD): x - y - 3 = 0$

hoặc $(BC): 3x - 4y - 14 = 0, (CD): 4x + 3y - 12 = 0.$

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng 5 đơn vị, biết tọa độ đỉnh $A(1; 5)$, hai đỉnh B, D nằm trên đường thẳng $(d): x - 2y + 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D .

$$\bullet C \text{ đối xứng với } A \text{ qua đường thẳng } d \Rightarrow C(3; 1). \quad \begin{cases} B, D \in d \\ AB = AD = 5 \end{cases} \Rightarrow B(-2; 1), D(6; 5).$$

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$, các điểm $A(0; -1), B(2; 1)$. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có tâm nằm trên đường thẳng Δ . Tìm tọa độ các điểm C, D .

• Gọi $I(a; b)$ là tâm của hình thoi. Vì $I \in \Delta$ nên $a + b - 1 = 0$ hay $b = 1 - a$ (1).

Ta có: $\vec{AI} = (a; b+1)$ và $\vec{BI} = (a-2; b-1)$.

$$Do AI \perp BI \Rightarrow a(a-2) + (b+1)(b-1) = 0 \quad (2)$$

$$Từ (1) và (2) \Rightarrow a^2 - 2a = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee a = 2.$$

• Với $a = 0$ thì $I(0; 1) \Rightarrow C(0; 3)$ và $D(-2; 1)$. • Với $a = 2$ thì $I(2; -1) \Rightarrow C(4; -1)$ và $D(2; -3)$.
Vậy có hai cặp điểm thỏa mãn: $C(0; 3)$ và $D(-2; 1)$ hoặc $C(4; -1)$ và $D(2; -3)$.

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ với $A(1; 0)$, đường chéo BD có phương trình $d: x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D , biết $BD = 4\sqrt{2}$.

$$\bullet AC \perp BD \Rightarrow \text{Phương trình } AC: x + y - 1 = 0. \text{ Gọi } I = AC \cap BD \Rightarrow I(0; 1) \Rightarrow C(-1; 2)$$

$$BD = 4\sqrt{2} \Rightarrow IB = 2\sqrt{2}. \text{ PT đường tròn tâm } I \text{ bán kính } IB = 2\sqrt{2}: x^2 + (y-1)^2 = 8$$

$$\text{Tọa độ } B, D \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 8 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B(2; 3), D(-2; -1) \\ B(-2; -1), D(2; 3) \end{cases}$$

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ biết phương trình của một đường chéo là $d: 3x + y - 7 = 0$, điểm $B(0; -3)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thoi biết diện tích hình thoi bằng 20.

• Ta có $B(0; -3) \notin d \Rightarrow A, C \in d$. Ph. trình BD: $x - 3y - 9 = 0$. Gọi $I = AC \cap BD \Rightarrow I(3; -2) \Rightarrow D(6; -1)$. $BD = 2\sqrt{10}$. Gọi $A(a; 7-3a) \in d$.

$$S_{ABCD} = d(A, BD) \cdot BD \Rightarrow \frac{|a - 3(7-3a) - 9|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} \cdot 2\sqrt{10} = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1(2; 1); C_1(4; -5) \\ A_2(4; -5); C_2(2; 1) \end{cases}$$

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD có tâm $I(3; 3)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M\left(2; \frac{4}{3}\right)$ thuộc đường thẳng AB, điểm $N\left(3; \frac{13}{3}\right)$ thuộc đường thẳng CD. Viết phương trình đường chéo BD biết đỉnh B có hoành độ nhỏ hơn 3.

• Tọa độ điểm N' đối xứng với điểm N qua I là $N'\left(3; \frac{5}{3}\right) \Rightarrow N'$ nằm trên đường thẳng AB.

Đường thẳng AB đi qua M, N' có PT: $x - 3y + 2 = 0 \Rightarrow IH = d(I, AB) = \frac{|3 - 9 + 2|}{\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$

Do $AC = 2BD$ nên $IA = 2IB$. Đặt $IB = a > 0$. $\frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{IH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$

Đặt $B(x; y)$. Do $IB = \sqrt{2}$ và $B \in AB$ nên tọa độ B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-3)^2 = 2 \\ x - 3y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y^2 - 18y + 16 = 0 \\ x = 3y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{14}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 > 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Do $x_B < 3$ nên ta chọn $B\left(\frac{14}{5}; \frac{8}{5}\right)$. Vậy, phương trình đường chéo BD là: $7x - y - 18 = 0$.

Câu hỏi tương tự:

a) $I(2; 1)$, $AC = 2BD$, $M\left(0; \frac{1}{3}\right)$, $N(0; 7)$, $x_B > 0$. ĐS: $B(1; -1)$

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD có đường chéo BD nằm trên đường thẳng $\Delta: x - y - 2 = 0$. Điểm $M(4; -4)$ nằm trên đường thẳng chứa cạnh BC, điểm $N(-5; 1)$ nằm trên đường thẳng chứa cạnh AB. Biết $BD = 8\sqrt{2}$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi ABCD, biết điểm D có hoành độ âm.

• Lấy M' là điểm đối xứng với M qua BD $\Rightarrow M'(-2; 2)$.

Đường thẳng AB qua $N(-5; 1)$ và $M'(-2; 2) \Rightarrow$ Phương trình AB: $x - 3y + 8 = 0$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x - 3y + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(7; 5)$.

Giả sử $D(d; d-2) \in \Delta$, do $BD = 8\sqrt{2} \Leftrightarrow (d-7)^2 + (d-7)^2 = 128 \Leftrightarrow d = -1 \Rightarrow D(-1; -3)$.

Gọi I là tâm của hình thoi $\Rightarrow I(3; 1)$, khi đó đường thẳng AC qua I và vuông góc với BD \Rightarrow Phương trình AC: $x + y - 4 = 0$.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - 3y + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1; 3) \Rightarrow C(5; -1)$.

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD có phương trình hai cạnh AB và AD lần lượt là $x + 2y - 2 = 0$ và $2x + y + 1 = 0$. Điểm $M(1; 2)$ thuộc đường thẳng BD. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi.

• Tọa độ đỉnh A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+2y-2=0 \\ 2x+y+1=0 \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$

PT các đường phân giác góc A là: $\frac{x+2y-2}{\sqrt{5}} = \pm \frac{2x+y+1}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} (d_1): x-y+3=0 \\ (d_2): 3x+3y-1=0 \end{cases}$

• Trường hợp $(d_1): x-y+3=0$.

Đường thẳng (BD) đi qua M và vuông góc với (d_1) nên $(BD): x+y-3=0$.

Suy ra $B = AB \cap BD \Rightarrow B(4; -1)$, $D = AD \cap BD \Rightarrow D(-4; 7)$.

Gọi $I = BD \cap (d_1) \Rightarrow I(0; 3)$. Vì C đối xứng với A qua I nên $C\left(\frac{4}{3}; \frac{13}{3}\right)$.

• Trường hợp $(d_2): 3x+3y-1=0$.

Đường thẳng (BD) đi qua M và vuông góc với (d_2) nên $(BD): x-y+1=0$.

Suy ra $B = AB \cap BD \Rightarrow B(0; 1)$, $D = AD \cap BD \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Gọi $I = BD \cap (d_2) \Rightarrow I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Vì C đối xứng với A qua I nên $C\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

Vậy: $A\left(-\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$, $B(4; -1)$, $C\left(\frac{4}{3}; \frac{13}{3}\right)$, $D(-4; 7)$

hoặc $A\left(-\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$, $B(0; 1)$, $C\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$, $D\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Câu 20. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD ngoại tiếp đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 8$ và điểm A thuộc đường thẳng (d): $x-2y+3=0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D, biết rằng $BD=2AC$ và hoành độ của điểm A không nhỏ hơn 2.

• (C) có tâm $I(2; -1)$, bán kính $R=2\sqrt{2}$, $IB=2IA$.

Trong tam giác vuông IAB ta có: $\frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{IH^2} \Rightarrow \frac{5}{4IA^2} = \frac{1}{8} \Rightarrow IA = \sqrt{10} \Rightarrow IB = 2\sqrt{10}$.

Giả sử $A(2t-3; t) \in d$ và $x_A \geq 2$. Ta có $IA = \sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{(2t-5)^2 + (t+1)^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow t=2$

Suy ra $A(1; 2)$, do I là trung điểm AC nên $C(3; -4)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với AC $\Rightarrow \Delta: x-3y-5=0$.

Ta có $B, D \in \Delta$ và $IB=ID=2\sqrt{10} \Rightarrow$ Tọa độ của B, D là các nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x-3y-5=0 \\ (x-2)^2 + (y+1)^2 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8; y=1 \\ x=-4; y=-3 \end{cases} \Rightarrow B(8; 1), D(-4; -3) \text{ hoặc } B(-4; -3), D(8; 1).$$

Vậy: $A(1; 2), B(8; 1), C(3; -4), D(-4; -3)$ hoặc $A(1; 2), B(-4; -3), C(3; -4), D(8; 1)$.

Câu 21. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có tâm $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$, hai điểm A, B lần lượt nằm trên các đường thẳng $d_1: x+y-3=0$ và đường thẳng $d_2: x+y-4=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông.

• Giả sử $A(a; 3-a) \in d_1; B(b; 4-b) \in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{IA} = \left(a - \frac{5}{2}; \frac{1}{2} - a\right); \overrightarrow{IB} = \left(b - \frac{5}{2}; \frac{3}{2} - b\right)$

$$ABCD \text{ vuông tâm } I \text{ nên } \begin{cases} IA = IB \\ \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

- Với $a = 2; b = 1 \Rightarrow A(2; 1); B(1; 3), C(3; 4); D(4; 2)$.
- Với $a = 1; b = 3 \Rightarrow A(1; 2); B(3; 1), C(4; 3); D(2; 4)$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD ngoại tiếp đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 10$. Xác định tọa độ các đỉnh A, C của hình vuông, biết cạnh AB đi qua điểm M(-3; -2) và điểm A có hoành độ $x_A > 0$.

• (C) có tâm $I(2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{10}$.

PT AB đi qua $M(-3; -2)$ có dạng $ax + by + 3a + 2b = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

$$\text{Ta có } d(I, AB) = R \Leftrightarrow \sqrt{10} = \frac{|2a + 3b + 3a + 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow 10(a^2 + b^2) = 25(a + b)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3b \\ b = -3a \end{cases}$$

• Với $a = -3b \Rightarrow AB: 3x - y + 7 = 0$. Gọi $A(t; 3t + 7), (t > 0)$.

Ta có $IA = R\sqrt{2} \Rightarrow t = 0; t = -2$ (không thỏa mãn).

• Với $b = -3a \Rightarrow AB: x - 3y - 3 = 0$. Gọi $A(3t + 3; t), (t > -1)$.

$$\text{Ta có } IA = R\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow A(6; 1) \Rightarrow C(-2; 5).$$

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Các đường thẳng AB, CD lần lượt đi qua các điểm $M(-4; -1), N(-2; -4)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông đó biết B có hoành độ âm.

• Gọi M', N' là các điểm đối xứng với M, N qua I $\Rightarrow M'(7; 2), N'(5; 5)$. Ta có: $N' \in AB$.

$$\text{Phương trình } AB: 2x - 3y + 5 = 0. \text{ Gọi } H \text{ là hình chiếu của } I \text{ lên } AB \Rightarrow H\left(\frac{1}{2}; 2\right)$$

$$\text{Gọi } B(a; b), a < 0. \text{ Ta có } \begin{cases} B \in AB \\ HA = HI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = -5 \\ \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (b - 2)^2 = \frac{13}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 1).$$

Khi đó $A(2; 3), C(1; -2), D(4; 0)$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD trong đó A thuộc đường thẳng $d_1: x + y - 1 = 0$ và C, D nằm trên đường thẳng $d_2: 2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông biết hình vuông có diện tích bằng 5.

• Giả sử $A(a; 1 - a) \in d_1$. Ta có $S_{ABCD} = 5 \Leftrightarrow d(A, d_2) = \sqrt{5} \Leftrightarrow a = 1$ hoặc $a = \frac{-7}{3}$.

+ Với $a = 1 \Rightarrow A(1; 0) \Rightarrow \text{Phương trình cạnh } AD: x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow D(-1; 1).$

$$\text{Giả sử } C(x; y). \text{ Ta có: } \begin{cases} C \in d_2 \\ DC = \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow C(0; 3) \text{ hoặc } C(-2; -1)$$

– Với $C(0; 3) \Rightarrow \text{Trung điểm } I \text{ của } AC \text{ là } I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow B(2; 2)$

– Với $C(-2; -1) \Rightarrow \text{Trung điểm } I \text{ của } AC \text{ là } I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow B(0; -2)$

+ Với $a = \frac{-7}{3} \Rightarrow A\left(\frac{-7}{3}; \frac{10}{3}\right)$. Tương tự như trên ta tìm được:

$$D\left(\frac{-1}{3}; \frac{7}{3}\right), C\left(\frac{-4}{3}; \frac{1}{3}\right), B\left(\frac{-10}{3}; \frac{4}{3}\right) \text{ hoặc } D\left(\frac{-1}{3}; \frac{7}{3}\right), C\left(\frac{2}{3}; \frac{13}{3}\right), B\left(\frac{-4}{3}; \frac{16}{3}\right).$$

Vậy có 4 hình vuông ABCD thỏa mãn yêu cầu bài toán: $A(1;0), B(2;2), C(0;3), D(-1;1)$

hoặc $A(1;0), B(0;-2), C(-2;-1), D(-1;1)$ hoặc $A\left(\frac{-7}{3}; \frac{10}{3}\right), B\left(\frac{-10}{3}; \frac{4}{3}\right), C\left(\frac{-4}{3}; \frac{1}{3}\right), D\left(\frac{-1}{3}; \frac{7}{3}\right)$

hoặc $A\left(\frac{-7}{3}; \frac{10}{3}\right), B\left(\frac{-4}{3}; \frac{16}{3}\right), C\left(\frac{2}{3}; \frac{13}{3}\right), D\left(\frac{-1}{3}; \frac{7}{3}\right)$

Câu 25. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $E(1;-1)$ là tâm của một hình vuông, một trong các cạnh của nó có phương trình $d: x - 2y + 12 = 0$. Viết phương trình các cạnh còn lại của hình vuông.

• Giả sử cạnh AB nằm trên đường thẳng $d: x - 2y + 12 = 0$. Gọi H là hình chiếu của E lên đường thẳng AB $\Rightarrow H(-2;5) \Rightarrow AH = BH = EH = \sqrt{45}$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A, B \in d \\ AH = BH = \sqrt{45} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 12 = 0 \\ (x+2)^2 + (y-5)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4; y = 8 \\ x = -8; y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(4;8), B(-8;2)$$

$\Rightarrow C(-2;-10) \Rightarrow$ Phương trình các cạnh còn lại: $AD: 2x + y - 16 = 0$; $BC: 2x + y + 14 = 0$; $CD: x - 2y - 18 = 0$.

Câu 26. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD biết các điểm $M(2; 1)$; $N(4; -2)$; $P(2; 0)$; $Q(1; 2)$ lần lượt thuộc cạnh AB, BC, CD, AD. Hãy lập phương trình các cạnh của hình vuông.

• Giả sử đường thẳng AB qua M và có VTPT là $\vec{n} = (a; b)$ ($a^2 + b^2 \neq 0$)

\Rightarrow VTPT của BC là: $\vec{n}_1 = (-b; a)$.

Phương trình AB có dạng: $a(x-2) + b(y-1) = 0 \Leftrightarrow ax + by - 2a - b = 0$

BC có dạng: $-b(x-4) + a(y+2) = 0 \Leftrightarrow -bx + ay + 4b + 2a = 0$

$$\text{Do ABCD là hình vuông nên } d(P; AB) = d(Q; BC) \Leftrightarrow \frac{|-b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3b + 4a|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ b = -a \end{cases}$$

• $b = -2a$: AB: $x - 2y = 0$; CD: $x - 2y - 2 = 0$; BC: $2x + y - 6 = 0$; AD: $2x + y - 4 = 0$

• $b = -a$: AB: $-x + y + 1 = 0$; BC: $-x - y + 2 = 0$; AD: $-x - y + 3 = 0$; CD: $-x + y + 2 = 0$

Câu 27. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ và đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh hình vuông ABCD ngoại tiếp (C) biết $A \in d$.

• (C) có tâm $I(4, -3)$, bán kính $R = 2$. Ta thấy $I \in d$. Vậy AI là một đường chéo của hình vuông ngoại tiếp đường tròn. Ta có: $x = 2$ và $x = 6$ là 2 tiếp tuyến của (C) nên:

– Hoặc là A là giao điểm các đường (d) và $x = 2 \Rightarrow A(2; -1)$

– Hoặc là A là giao điểm các đường (d) và $x = 6 \Rightarrow A(6, -5)$

• $A(2, -1) \Rightarrow B(2, -5); C(6, -5); D(6, -1)$ • $A(6, -5) \Rightarrow B(6, -1); C(2, -1); D(2, -5)$

Câu 28. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có $A(-2;6)$, đỉnh B thuộc đường thẳng $d: x - 2y + 6 = 0$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên 2 cạnh BC, CD sao cho

BM = CN. Xác định tọa độ đỉnh C, biết rằng AM cắt BN tại điểm $I\left(\frac{2}{5}; \frac{14}{5}\right)$.

• Giả sử $B(2y-6; y) \in d$.

Ta thấy $\triangle AMB = \triangle BNC \Rightarrow AI \perp BI \Rightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(2; 4)$

Phương trình BC: $2x - y = 0 \Rightarrow C(c; 2c)$, $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = \sqrt{(c-2)^2 + (2c-4)^2}$

$AB = BC \Rightarrow |c-2| = 2 \Rightarrow C(0; 0); C(4; 8)$

Vì I nằm trong hình vuông nên I, C cùng phía với đường thẳng AB $\Rightarrow C(0; 0)$.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD trên đoạn AC lấy điểm M sao cho $AC = 4AM$ và N là trung điểm của cạnh CD. Chứng minh rằng BMN là tam giác vuông cân.

• Gọi a là độ dài cạnh hình vuông ABCD. Chọn hệ tọa độ Oxy sao cho $A(0; 0)$, $B(a; 0)$,

$C(a; a)$ và $D(0; a) \Rightarrow M\left(\frac{1}{4}a; \frac{1}{4}a\right)$, $N\left(\frac{1}{2}a; a\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{4}a; \frac{3}{4}a\right)$, $\overrightarrow{MB} = \left(\frac{3}{4}a; -\frac{1}{4}a\right)$

Từ đó có $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ và $MN = MB = a\sqrt{\frac{5}{8}} \Rightarrow \triangle BMN$ vuông cân tại M.

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông có đỉnh $A(-4; 5)$ và một đường chéo có phương trình $\Delta: 7x - y + 8 = 0$. Viết phương trình các cạnh của hình vuông.

• Vì $A \notin \Delta$ nên đường chéo BD nằm trên Δ .

PT đường thẳng d đi qua A có dạng: $a(x+4) + b(y-5) = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$)

d hợp với BD một góc $45^\circ \Leftrightarrow \frac{|7a-b|}{\sqrt{50}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3, b=-4 \\ a=4, b=3 \end{cases}$

$\Rightarrow (AB): 3x - 4y + 31 = 0$, $(AD): 4x + 3y + 1 = 0$.

Gọi I là tâm hình vuông $\Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right) \Rightarrow C(3; 4)$

$\Rightarrow (BC): 4x + 3y - 24 = 0$, $(CD): 3x - 4y + 7 = 0$

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có đỉnh $A(4; 5)$, đường chéo BD có phương trình $y - 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông đó.

• Đường chéo AC vuông góc với BD nên PT có dạng: $x + c = 0$. AC đi qua A nên $c = -4$.

$\Rightarrow (AC): x - 4 = 0 \Rightarrow I(4; 3)$.

Đường tròn (C) ngoại tiếp hình vuông ABCD có tâm $I(4; 3)$, bán kính $R = AI = 2$

\Rightarrow Phương trình (C): $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Tọa độ các điểm B, D là các nghiệm của hệ: $\begin{cases} y=3 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6, y=3 \\ x=2, y=3 \end{cases}$

Vậy: $B(6; 3), C(4; 1), D(2; 3)$ hoặc $B(2; 3), C(4; 1), D(6; 3)$

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có M là trung điểm của BC, phương trình đường thẳng $DM: x - y - 2 = 0$, đỉnh $C(3; -3)$, đỉnh A nằm trên đường thẳng $d: 3x + y - 2 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông đó.

• Giả sử $A(t; 2-3t) \in d$. Ta có: $d(A, DM) = 2d(C, DM) \Leftrightarrow \frac{|4t-4|}{\sqrt{2}} = \frac{2.4}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=-1 \end{cases}$

$\Rightarrow A(3; -7)$ hoặc $A(-1; 5)$. Mặt khác, A và C nằm về hai phía đối với DM nên chỉ có $A(-1; 5)$

thoả mãn.

Gọi $D(m; m-2) \in DM \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (m+1; m-7), \overrightarrow{CD} = (m-3; m+1).$

$ABCD$ là hình vuông nên $\begin{cases} \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \\ DA = DC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-3) + (m-7)(m+1) = 0 \\ (m+1)^2 + (m-7)^2 = (m-3)^2 + (m+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$

$\Rightarrow D(5; 3); \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow B(-3; -1).$

Vậy: $A(-1; 5), B(-3; -1), D(5; 3).$

Chân thành cảm ơn các bạn đồng nghiệp và các em học sinh đã đọc tập tài liệu này.

transitung_tv@yahoo.com

